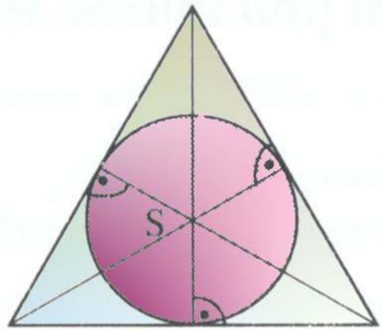
Prüfungsaufgabe 2000 – II

Der Längsschnitt eines Kegels sei ein gleichseitiges Dreieck. Eine innenliegende Kugel passt so in den Kegel, dass sie Grund- und Mantelfläche berührt. Das Volumen der Kugel beträgt 3052,08 cm^3. Berechnen Sie den von der Kugel nicht ausgefüllten Luftraum im Kegel.

Hinweise: Runden Sie alle Ergebnisse, auch Zwischenergebnisse auf zwei Dezimalstellen.



Leerer Luftraum

Kugelradius aus dem Volumen

$V_K = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi : 2$

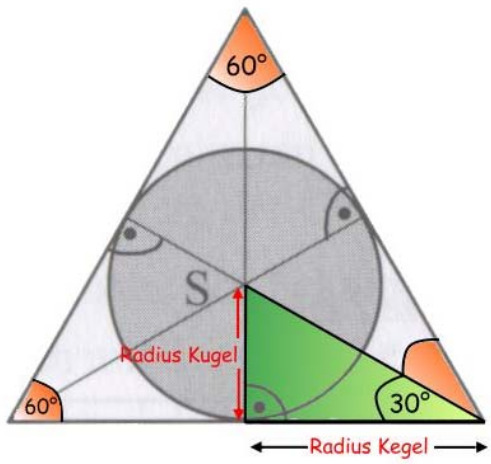
$3052{,}08\ cm^3 = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot 3{,}14$

$r^3 = 729\ cm^3$

$\underline{r = 9\ cm}$

Radius des Kegel mit Tangens

Der Schnitt des Kegels ist ein gleichseitiges Dreieck, d.h. alle Winkel des Dreiecks sind 60° groß. Zur Berechnung des Kegelradius nimmt man ein passendes Dreieck und berechnet den Kegelradius mit Tangens, da die Höhe dieses Dreieckes gleich dem Radius der Kugel ist.



$$\tan \alpha = \frac{Gegenkathete}{Ankathete}$$

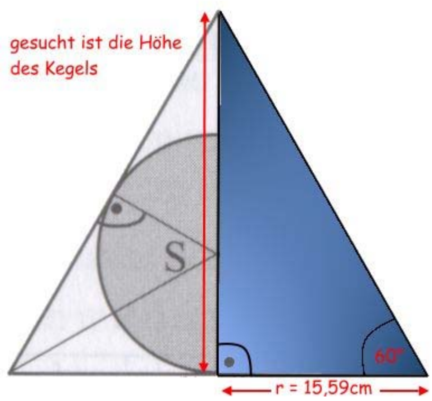
$$\tan \alpha = \frac{Kugelradius}{Kegelradius}$$

$$\tan 30 = \frac{9cm}{x}$$

$\tan 30° \cdot x = 9\ cm \quad / : \tan 30°$

$\underline{x = 15{,}59\ cm}$

Höhe des Kegels mit Tangens



$$\tan \alpha = \frac{Gegenkathete}{Ankathete}$$

$$\tan \alpha = \frac{Kegelhöhe}{Kegelradius}$$

$$\tan 60 = \frac{x}{15{,}59cm}$$

$\tan 60° \cdot 15{,}59 = x$

$\underline{27{,}00\ cm = x}$

Luftvolumen

V = Kegelvolumen – Kugelvolumen

$V = \frac{1}{3} \cdot 15{,}59^2 \cdot 3{,}14 \cdot 27 - 3052{,}08$

$\underline{V = 3816{,}46\ cm^3}$

Der luftleere Raum hat ein Volumen von 3816,46 cm^3

© Reutner Johannes, VS Stamsried-Pösing