Abschlussprüfung 2004 – Aufgabengruppe II

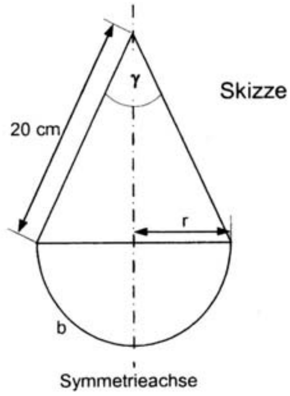
Die zusammengesetzte Fläche besteht aus einem gleichschenkligen Dreieck und einem Halbkreis. Die Dreiecksschenkel schließen den Winkel γ ein (Maße siehe Skizze).

a) Wie groß ist der Winkel γ, wenn der Halbkreisbogen eine Länge von 19 cm hat?

b) Wenn sich die Gesamtfigur um ihre Symmetrieachse dreht, entsteht ein Rotationskörper. Berechnen Sie die Oberfläche dieses Körpers. (Rechnen Sie mit r = 6,1 cm.)

c) Berechnen Sie den Radius r und den Winkel γ so, dass bei einer Schenkellänge von 20 cm die Flächeninhalte des Dreieckes und des Halbkreises gleich groß sind.

Hinweise: Rechnen Sie mir π = 3,14
Runden Sie alle Endergebnisse auf eine Dezimalstelle.



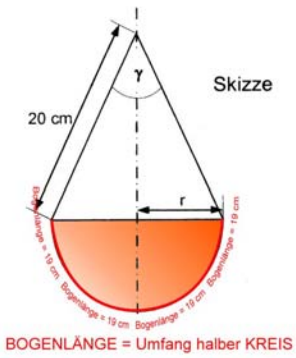
a) Winkel γ

► Radius des Kreises

u_K = d · π

19 · 2 = 2· r · π/ : 3,14 / : 2

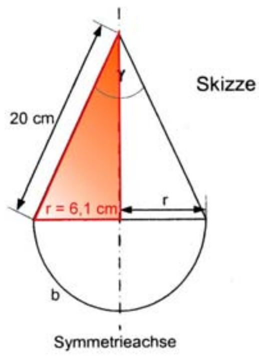
6,1 cm = r



► Winkel γ

$\sin \gamma = \dfrac{6{,}1\text{cm}}{20\text{cm}}$

γ = 17,8° · 2 = <u>35,6°</u>



b) Oberfläche des Rotationskörpers

► Oberfläche Halbkugel

$O_K = 4 \cdot r^2 \cdot \pi : 2$

$O_K = 4 \cdot 6{,}1^2 \cdot 3{,}14 : 2$

<u>O_K = 233,7 cm²</u>

► Mantel Kegel

M = r · π · s

M = 6,1 · 3,14 · 20

<u>M = 383,1 cm²</u>

► Gesamt

O = 383,1 cm² + 233,7 cm²

<u>O = 616,8 cm²</u>

c) Radius und Winkel so, dass beide Flächeninhalte gleich groß sind.

Formel für den Flächeninhalt des Halbkreises: $A_1 = r^2 \cdot \pi \cdot 0{,}5$ (oder : 2)

Formel für die Fläche des Dreiecks: $A_2 = \dfrac{2 \cdot r \cdot h}{2}$

Beide Flächen müssen gleich groß sein: $A_1 = A_2$. Es ergeben sich die zwei Unbekannten r und h. Somit braucht man ein Gleichungssystem.

Gleichungssystem

I. Beide Flächeninhalte gleichsetzen

$r^2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}5 = \dfrac{2 \cdot r \cdot h}{2}$

$1{,}57r^2 = r \cdot h$

II. Radius und Höhe über den Pythagoras

$h^2 = 20^2 - r^2 \quad 7 \sqrt{}$

$h = \sqrt{400 - r^2}$

Einsetzen: II in I

$1{,}57r^2 = r \cdot \sqrt{400 - r^2} \quad / : r$

$1{,}57r = \sqrt{400 - r^2} \quad / \,^2$

$2{,}4649r^2 = 400 - r^2 \quad / +r^2$

$3{,}4649\, r^2 = 400 \quad / : 3{,}4649$

$r^2 = 115{,}4434 \quad / \sqrt{}$

<u>r = 10,7 cm</u>

Winkel γ

$\sin \gamma = \dfrac{10{,}7\text{cm}}{20\text{cm}}$

γ = 32,34° · 2 = <u>64,7°</u>

Antwort: Der Radius beträgt dann 10,7 cm und der Winkel γ ist 64,7°.