

## Prüfungsaufgabe 2002/ I

Eine nach oben geöffnete Normalparabel  $p_1$  mit dem Scheitelpunkt  $S_1 (-1 / -4)$  wird von der Geraden  $g$  mit der Funktionsgleichung  $y = 2x + 1$  in den Punkten  $P$  und  $Q$  geschnitten.

- Stellen Sie die Funktionsgleichung der Parabel  $p_1$  in der Normalform auf.
- Zeichnen Sie die Parabel und die Gerade in ein geeignetes Koordinatensystem.
- Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten der Schnittpunkte  $N_1$  und  $N_2$  von  $p_1$  mit der  $x$ - Achse.
- Berechnen Sie die Koordinaten der beiden Schnittpunkte  $P$  und  $Q$ .
- Die Schnittpunkte  $P (2/5)$  und  $Q (-2/-3)$  sind gleichzeitig Punkte einer zweiten Normalparabel  $p_2$ , die nach unten geöffnet ist. Ermitteln Sie die Normalform von  $p_2$  rechnerisch und geben Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes  $S_2$  an.

### a) Funktionsgleichung der Parabel $p_1$

Lösungsschema: Einsetzen der Scheitelpunktkoordinaten in die Scheitelpunktform

Scheitelpunktform allgemein:  $y = (x - x_s)^2 + y_s$

Einsetzen der Koordinaten:  $y = (x + 1)^2 - 4$

$$y = x^2 + 2x + 1 - 4$$

Funktionsgleichung  $p_1$ :  $y = x^2 + 2x - 3$

### b) Schnittpunkte der Parabel $p_1$ mit der $x$ - Achse.

Schnittpunkt mit der  $x$ - Achse:  $y = 0$

$$y = x^2 + 2x - 3$$

$$0 = x^2 + 2x - 3$$

$$x_{1,2} = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$$

$$x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{1^2 + 3}$$

$$x_{1,2} = -1 \pm 2$$

$$\underline{x_1 = 1} \quad \rightarrow N_1 (1 / 0)$$

$$\underline{x_2 = -3} \quad \rightarrow N_2 (-3 / 0)$$

### d) Schnittpunkte $P$ und $Q$

Lösungsschema: Gleichsetzen der beiden Funktionsgleichungen

$$x^2 + 2x - 3 = 2x + 1 \quad / -2x - 1$$

$$x^2 - 4 = 0 \quad / +4$$

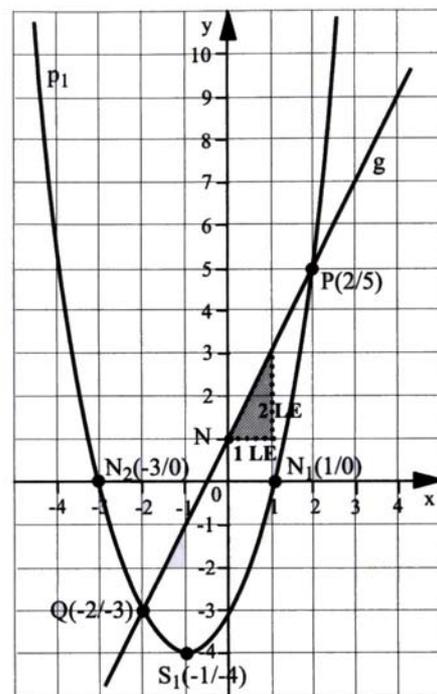
$$x^2 = 4$$

$$\underline{x_1 = 2} = 2$$

$\rightarrow$  Einsetzen in eine Funktionsgleichung :  $Q_1 (2 / 5)$

$$\underline{x_2 = -2} = -2$$

$\rightarrow$  Einsetzen in eine Funktionsgleichung :  $Q_2 (-2 / -3)$



### e) Funktionsgleichung von $p_2$ :

Lösungsschema Parabel  $p_2$ : Einsetzen der Koordinatenpunkte in die allgemeine Funktionsgleichung (nach unten geöffnet)

Funktionsgleichung allgemein:  $y = -x^2 + b_1 x + c_1$

**Funktionsgleichung I:**

$$y = -x^2 + b_1 x + c_1$$

$$5 = -(2)^2 + b \cdot 2 + c$$

$$5 = -4 + 2b + c$$

$$\underline{9 - 2b = c}$$

**Gleichsetzen**

$$9 - 2b = 1 + 2b \quad / +2b / -1$$

$$8 = 4b \quad / : 4$$

$$\underline{b = 2}$$

Funktionsgleichung:  $y = -x^2 + 2x + 5$

**Funktionsgleichung II:**

$$y = -x^2 + b_1 x + c_1$$

$$-3 = -(-2)^2 - b \cdot 2 + c$$

$$-3 = -4 - 2b + c$$

$$\underline{1 + 2b = c}$$

**Einsetzen in I:**

$$c = 1 + 2 \cdot 2$$

$$\underline{c = 5}$$

Lösungsschema: Umformen in Scheitelpunktform mit quadrat. Ergänzung

$$y = -x^2 + 2x + 5$$

$$y = -[x^2 - 2x - 5]$$

$$y = -[x^2 - 2x + 1^2 - 1^2 - 5]$$

$$y = -[(x - 1)^2 - 6]$$

$$y = -(x - 1)^2 + 6$$

Scheitelpunkt : S<sub>2</sub> (1/ 6)