Prüfungsaufgabe 2000/I

Die Punkte P (0 / 8) und Q (3 / 5) sind die Schnittpunkte der nach unten geöffneten Normalparabel p mit der Geraden g.

a) Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Geraden g.
b) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes T der Geraden mit der x- Achse.
c) Bestimmen Sie rechnerisch die Normalform der Parabel p.
d) Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten des Scheitelpunktes S von p.
e) Bestimmen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte N_1 und N_2 der Normalparabel mit der x- Achse rechnerisch.
f) Zeichnen Sie beide Graphen in ein geeignetes Koordinatensystem und tragen Sie die Punkte P und Q ein.

a) Funktionsgleichung der Geraden g

1. Bestimmung des Steigungsfaktors m:

$m = \frac{y_2 - y_2}{x_2 - x_1}$ → $m = \frac{5-8}{3-0}$ → $m = \frac{-3}{3}$ → <u>m = - 1</u>

2. Bestimmung des y- Schnittpunktes n

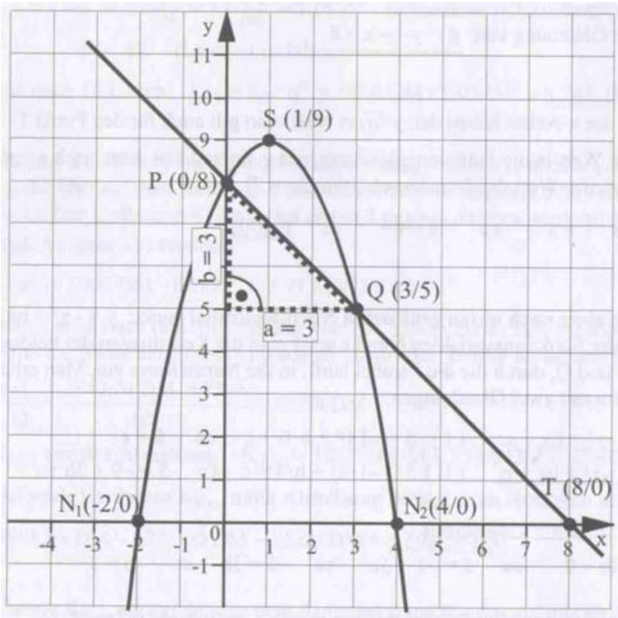
Lösungsschema: Einsetzen eines Koordinatenpunktes in die allgemein Gleichung y = m • x + n

5 = -1 • 3 + n
5 = - 3 + n
<u>n = 8</u>

3. Funktionsgleichung: **<u>y = -x + 8</u>**

b) Schnittpunkt T der Geraden mit der x- Achse.

Lösungsschema: y = 0 setzen
0 = - x + 8
x = 8 → T (8 / 0)
Die Gerade schneidet die x- Achse im Punkt T (8 / 0).



c) Normalform der Parabel p

Lösungsschema Parabel p: Einsetzen der Koordinatenpunkte in die allgemeine Funktionsgleichung
Funktionsgleichung allgemein: $y = -x^2 + bx + c$.

<u>Funktionsgleichung I:</u>
$8 = -(0)^2 + b \cdot 0 + c$
$8 = c$
<u>$c = 8$</u>

<u>Funktionsgleichung II:</u>
$5 = -3^2 + b \cdot 3 + c$
$5 = -9 + 3b + c$
<u>$14 = 3b + c$</u>

<u>Einsetzen I in II:</u>
$14 = 3b + 8$
$6 = 3b$ / : 3
<u>$2 = b$</u>

Funktionsgleichung: <u>$y = -x^2 + 2x + 8$</u>

d) Koordinaten des Scheitelpunktes S von p.

Lösungsschema: Umformen in Scheitelpunktform mit quadrat. Ergänzung
$y = -x^2 + 2x + 8$ (- 1 ausklammern)
$y = - [x^2 - 2x - 8]$ (quadrat. Ergänzung)
$y = - [x^2 - 2x + 1^2 - 1^2 - 8]$
$y = - [(x-1)^2 - 9]$
$y = - (x - 1)^2 + 9$
Ablesen des Scheitelpunktes aus der Scheitelpunktform : <u>S (1 / 9)</u>

e) Schnittpunkte mit der x- Achse (= Nullstellen)

Lösungsschema: Nullstellen = Schnittpunkt mit der x- Achse, d.h. y = 0.
$0 = -x^2 + 2x + 8$
$0 = x^2 - 2x - 8$
$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1^2 + 8}$
$x_{1,2} = 1 \pm 3$

<u>$x_1 = 4$</u> → N_1 (4/0)
<u>$x_2 = -2$</u> → N_2 (- 2/0)