

Prüfungsaufgabe 97/II - Zeit 24'

Gegeben ist die Parabel p_1 mit der Funktionsgleichung $y_1 = x^2 - x - 4$ und eine zweite Normalparabel p_2 mit dem Scheitelpunkt $S_2 (1,5 / 4,25)$, die nach unten geöffnet ist.

- Berechne die Koordinaten des Scheitelpunktes S_1 der Parabel p_1 .
- Bestimme die Funktionsgleichung der Parabel p_2 in Normalform.
- Ermittle rechnerisch die Schnittpunkte Q_1 und Q_2 der Parabeln p_1 und p_2 .
- Zeichne die Parabeln in ein Koordinatensystem.

a) Scheitelpunkt S_1 der Parabel p_1

$$\text{Funktionsgleichung } p_1 : y_1 = x^2 - x - 4$$

Lösungsschema: Umformen in die Scheitelpunktform mit quadratischer Ergänzung

$$\begin{aligned} y &= x^2 - x - 4 \\ y &= x^2 - x + 0,5^2 - 0,5^2 - 4 \\ y &= (x - 0,5)^2 - 4,25 \end{aligned}$$

Ablesen des Scheitelpunktes aus der Scheitelpunktform : $S_1 (0,5 / -4,25)$

b) Funktionsgleichung der Parabel p_2 :

Lösungsschema: Einsetzen der Scheitelpunktkoordinaten in die Scheitelpunktform (! nach unten geöffnet)

$$\text{Scheitelpunktform allgemein: } y = - (x - x_s)^2 + y_s$$

$$\text{Einsetzen der Koordinaten: } y = - (x - 1,5)^2 + 4,25$$

$$y = -x^2 + 3x - 2,25 + 4,25$$

$$\text{Funktionsgleichung } p_2 : \underline{y = -x^2 + 3x + 2}$$

c) Schnittpunkte der Parabeln:

Lösungsschema: Gleichsetzen der Funktionsgleichungen

$$\begin{aligned} x^2 - x - 4 &= -x^2 + 3x + 2 & / +x^2 - 3x - 2 \\ 2x^2 - 4x - 6 &= 0 & / : 2 \\ x^2 - 2x - 3 &= 0 \end{aligned}$$

Einsetzen in die Formel (oder quadratische Ergänzung)

$$x_{1,2} = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$$

$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1^2 + 3}$$

$$x_{1,2} = 1 \pm 2$$

$$\underline{x_1 = 3} \quad \rightarrow \text{Einsetzen in eine Funktionsgleichung : } Q_1 (3, 2)$$

$$\underline{x_2 = -1} \quad \rightarrow \text{Einsetzen in eine Funktionsgleichung : } Q_2 (-1 / -2)$$

